

# 接触理論 (ヘルツの式)

ヘルツ(Hertz)の式は機械の長寿命化を計る上で非常に重要な式です。しかし機構設計者に余り知られていない式でも有ります。

今の機械は設計の容易さから転がり軸受けを多用していますが、玉軸受け内では非常な高速でボールが回転し内輪との接触面圧は非常に高く成り、容易に軸受け材料に永久変形を与え、寿命の短縮化に繋がります。

ミシンの例に有るように、寿命長い機械を作るにはすべり軸受けの採用も一つの手段であります。自動車のエンジンも殆どの軸受けがすべり軸受けを採用しています。

またハウザー等のヨーロッパの高精度の加工機も滑動面にも滑り軸受けを採用しています。一方では転がり軸受けにはスティック・スリップが非常に小さく精度向上を図り安いと言う利点もあります。

使う場所・用途に応じて軸受けを選定して頂きたいとおもいます。

P :接触面圧  
:変位

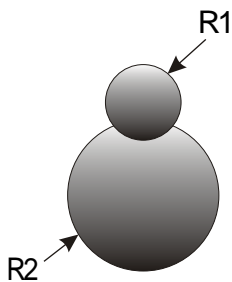
R1,R2:球または円柱半径

F:加重

1, 2: ポアソン比 (= 0.3)

E:縦弾性係数(ヤング率)

## 球-球



ボール・ベアリング内でリテ - ナがない場合のボール同士が接触した時に発生する接触です。リテ - ナの無いボール軸受けは静的耐荷重は大きくなりますが、ボール同士の接触でボール表面が傷つき寿命が短くなる事が有ります。特に高速での回転にはリテーナが重要です。

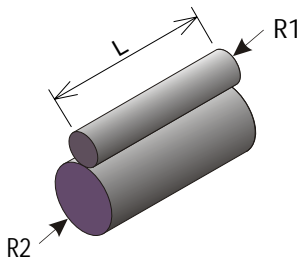
平面滑動に使う場合、R2は無限大ですが実際の計算は $10^{10}$ 等できるだけ大きい値を用いて計算する事で十分な精度を得る事ができます。

$$= 1.23 \cdot ((F/E)^2 \cdot ((1/R1) + (1/R2)))^{1/3}$$

$$P = 0.388 \cdot (FE^2 \cdot ((1/R1) + (1/R2))^2)^{1/3}$$

$$1 = 2 = 0.3$$

## 直交円筒



歯車の面圧強度の計算に用いられる接触条件です。之で求められる接触面圧の大きさに因り必要表面硬度が決まり、材質・熱処理条件が決まります。潤滑条件もこの接触面圧で決まります。

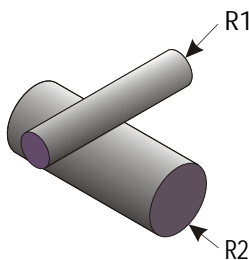
R2を負の値にすると円筒穴になり、軸と軸受けの接触条件になります。実際に計算をすれば解りますが、軸と軸受けとの隙間を小さくするほど接触面圧が小さくなります。しかし、この隙間は可能な加工精度の限度で決まります。また均等に荷重がかかる必要があり、剛性を保つのに十分な軸径とコジが発生しない十分な軸長が必要です。面圧が決まるとこれに対応した表面硬度と潤滑油と潤滑条件が決まります。ミシンの場合は軸・軸受け共に表面硬度を十分に上げる同時に表面精度も上げる事で的確に給油される事でほぼ無限の寿命を実現しています。

$$= 2.66 \cdot F / (EL) \cdot ((1/R1) + (1/R2))^{1/2}$$

$$P = 0.418 \cdot (FE/L \cdot ((1/R1) + (1/R2)))^{1/2}$$

$$1 = 2 = 0.3$$

## 直交円筒



スイッチのクロスパー接点が応用の一例で有る。この場合Rを小さくし接触面圧:Pを大きくし接触抵抗を小さくしたものの構成を採用している。

この構成は精密測定器の滑動面にも利用される。接触位置が確定し位置精度を高くする事が可能である。この場合加工・組立上で精度が維持できる範囲で可能な限りRを大きくし接触面圧を油膜強度以下にし金属同士が直接接触しないように設計する必要がある。また表面精度維持の為に、表面硬度を上げ油膜が敗れても表面が傷くのを防ぐ配慮が必要です。

$$a = (3.6 \cdot F/E \cdot (R1 \cdot R2 / (R1 + R2)))^{1/3} \quad b = a$$

$$= 0.47 \cdot ((F/E) \cdot ((1/R1) + (1/R2)))^{1/3}$$

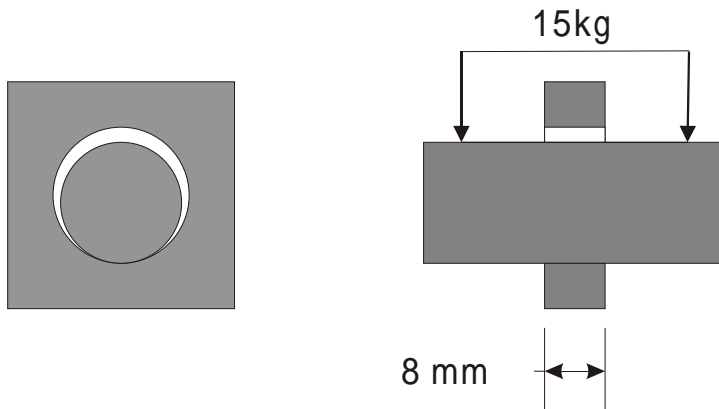
$$P = 3 \cdot F / (6.283 \cdot a \cdot b)$$

$$1 = 2 = 0.3$$

R1/R2	1	3/2	2	3	4	6	10
	0.908	1.045	1.158	1.350	1.505	1.767	2.175
	1.00	0.765	0.632	0.482	0.400	0.308	0.221
	2.80	2.060	2.025	1.950	1.875	1.770	1.613

## すべり軸受の計算例

例 . 穴径16.020mmX長さ8mmの軸受けに、軸径16.000mmの軸を入れ、15kgのラジアル荷重を加えた場合を考える。



### 1. 先ず接触圧力を計算：

軸R1は凸面でR1=+8、  
軸受けR2は凹面なのでR2=-8.01となる

$$\begin{aligned}
 P &= 0.418 \cdot (FE/L \cdot ((1/R1) + (1/R2)))^{1/2} \\
 &= 0.418 \cdot ((15 \cdot 21000/8 \cdot ((1/8.00) + (1/-8.01))))^{1/2} \\
 &= 0.418 \cdot ((39375 \cdot (0.125 - 0.124844))^{1/2}) = 0.418 \cdot (39375 \cdot 0.000156)^{1/2} \\
 &= 0.418 \cdot (6.145)^{1/2} = 0.418 \cdot 2.479 = 1.036 \text{ kg/mm}^2 \\
 &= 103.6 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

各種材料の最大面圧 (kg/cm<sup>2</sup>)

鋼と砲金又は黄銅	200	焼入れ鋼同士	200
鋼とリン青銅	600	非焼入れ鋼同士	100

計算結果の103.6kg/cm<sup>2</sup>は焼入れ鋼同士の許容面圧200cm<sup>2</sup>の約1/2で十分に小さく、十分な精度と双方の表面鏡面状態し適切な潤滑油を用いる事で寿命の無い軸受けを作る事ができる。 ミシンの軸受けがこの実例で有る。

焼きいれした鋼に硬質クロム鍍金を施す事で更に許容面圧を上げると共に表面粗度を改善し耐荷重を上げる事ができる。

注：加工硬化が大きいオーステナイト系ステンレスのSUS304等を滑動部品に使用する時は加工硬化の拠る構成刃先に注意が必要である。

### 2. 変位量を計算：

$$\begin{aligned}
 &= 2.66 \cdot F / (EL) \cdot ((1/R1) + (1/R2))^{1/2} \\
 &= 2.66 \cdot 15 / (21000 \cdot 8) \cdot ((1/8.00) + (1/-8.01))^{1/2} \\
 &= 2.66 \cdot 0.089286 \cdot 10^3 \cdot (0.125 - 0.124844)^{1/2} \\
 &= 2.66 \cdot 0.089286 \cdot 10^3 \cdot (0.000156)^{1/2} = 2.66 \cdot 0.089286 \cdot 0.01249 \\
 &= 0.000002967 \text{ mm} \\
 &= 0.002967 \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

注：この変位量と油膜厚さの変動が軸の位置制度を決める。